

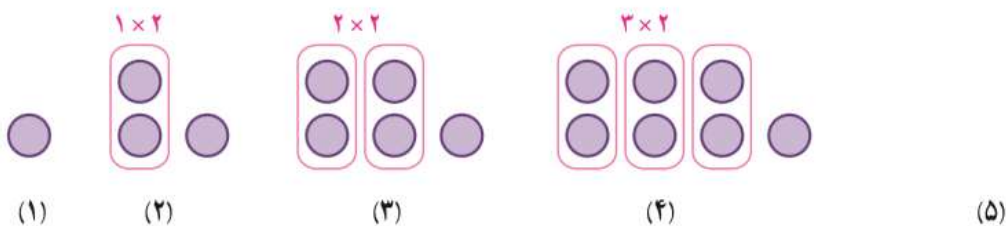
الگوهای عددی

به نام خدا

امروز فصل سوم کتاب رو شروع می‌کنیم.

در سالهای قبل با الگوهای عددی آشنا شدیم و یاد گرفتیم ارتباط بین اعداد رو در یک الگو پیدا کنیم. همچنین یاد گرفتیم الگوها رو از روی شکل‌ها شناسایی کنیم. مثلاً سوال زیر رو ببینید:

با توجه به شکل‌های زیر و الگویی که مشاهده می‌کنید، ابتدا شکل پنجم و ششم را رسم و سپس جدول را کامل کنید.



شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	...	n
تعداد دایره								

می‌فوییم شکل پنجم رو رسم کنیم. باید ارتباط بین شماره شکل و تعداد دایره‌ها رو پیدا کنیم.

اول از همه می‌بینیم که در هر مرحله یه دایره بطور ثابت وجود داره. پس تا اینجا

می‌دونیم که شکل شماره ۵ یه دایره تکی داره.

حالا باید ببینیم چند جفت توپ داره هر مرحله.

توی مرحله ۱ به تعداد ۰ جفت توپ داریم.

توی مرحله ۲ به تعداد ۱ جفت توپ داریم.

توی مرحله ۳ به تعداد ۲ جفت توپ داریم.

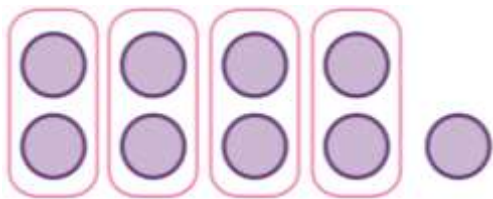
توی مرحله ۴ به تعداد ۳ جفت توپ داریم.

همینطوری که داریم می‌بینیم، تعداد توپهای جفتی در هر مرحله، یکی از شماره شکل کمتره.

اگه این روند رو بخوایم ادامه بدیم، در مرحله ۵ باید چند جفت توپ داشته باشیم؟

شماره‌ی شکل پنج هست پس باید چهار جفت توپ داشته باشیم.

بنابراین در مرحله ۵، چهار جفت توپ و یه توپ تکی داریم؛

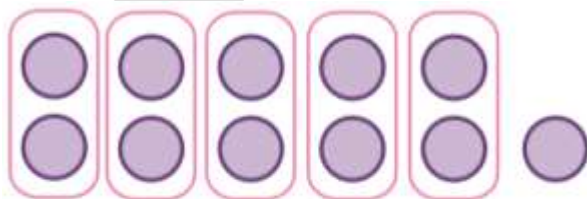


مرحله‌ی ۶ چی میشه؟

یه توپ تکی

و ۵ جفت توپ

بنابراین شکل شماره ۶ به صورت زیر میشه:



جدول به صورت زیر میشه:

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	...	n
تعداد دایره	1	3	5	7	9	11		

برای شکل شماره n پی بنویسیم؟ چند تا دایره داره

یه دایره تکی داره

چند جفت دایره؟ یکی کمتر از شماره شکل

شماره شکل n هست پس تعداد جفتها برابر $n-1$ هست.

بنابراین تعداد دایره‌ها در مرحله n برابر با:

$$1 + 2(n - 1)$$

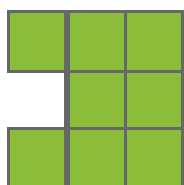
پس جدول به صورت زیر تکمیل میشه:

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	...	n
تعداد دایره	1	3	5	7	9	11		$1+2(n-1)$

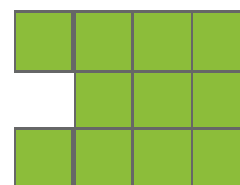
الگوی استفاده شده در شکلهای زیر را پیدا کنید.



شکل (۱)



شکل (۲)



شکل (۳)

اگه با دقت به شکله نگاه کنیم می بینیم که هر بار یه ردیف سه تایی اضافه شده و همه شکله ۲ تا مربع ثابت دارن

شکل **اول** یه ردیف ۳ تایی با ۲ تا اضافه

شکل **دوم** دو ردیف ۳ تایی با ۲ تا اضافه

شکل **سوم** سه ردیف ۳ تایی با ۲ تا اضافه

شکل **چهارم** چی؟؟؟ چهار ردیف ۳ تایی با ۲ تا اضافه

پس اینطور میشه

$$(1 \times 3) + 2$$

$$(2 \times 3) + 2$$

$$(3 \times 3) + 2$$

اگه ازمون بپرسن که شکل هزارم چند تا مربع داره، باید چکار کنیم؟

چون شکل هزارم رو از ما خواسته، باید عدد ۱۰۰۰ رو توی الگو بذاریم. پس داریم:

$$(1000 \times 3) + 2$$

مطالبی که تا اینجا گفته شد رو در سالهای قبل خونده بودیم، حالا میخوایم یه مفهوم جدید رو معرفی کنیم، **متغیر**

معنی کلمه متغیر چیه؟ چیزی که تغییر میکنه.

الگوی سوال بالا رو نگاه کنید، عدد ۳ و عدد ۲ همیشه ثابت بودن و فقط شماره شکله بود که تغییر میکرد. پس ما می تونیم الگوی بالا رو بصورت زیر بنویسیم:

$$(n \times 3) + 2$$

بنابراین در الگوی بالا n یک متغیره.

مثلا اگر از ما خواسته شد که تعداد مربع های شکل هشتم رو حساب کنیم، باید به جای متغیر، عدد ۸ رو قرار بدیم. یعنی بنویسیم:

$$(8 \times 3) + 2$$

در جبر، از متغیرها برای نشون دادن عددهای نامعلوم استفاده میشه.

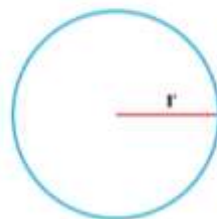
مثلا در الگوی قبل مقدار n میتونه مدرام تغییر کنه.

یه مثال دیگه برای استفاده از متغیرها بینیم:

در دبستان با محیط و مساحت دایره آشنا شده اید. محیط و مساحت دایره را با استفاده از متغیرها نشان دهید.

$$S = \frac{3}{14} \times _ \times _ \text{ مساحت}$$

$$P = \text{محیط}$$



مساحت دایره از چه فرمولی به دست میاد:

$$\frac{3}{14} \times \text{شعاع} \times \text{شعاع}$$

توی این فرمول چه عددی همیشه ثابته؟ عدد $\frac{3}{14}$

آیا عددی که به جای شعاع قرار میدیم همه جا ثابته؟ نه!

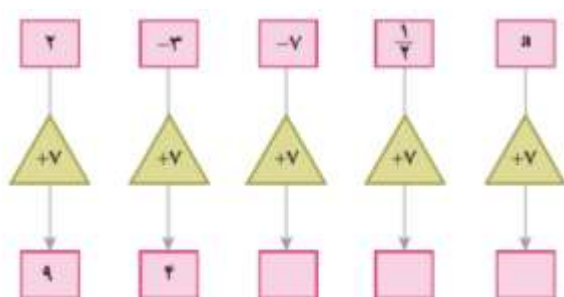
به شعاع دایره ای که میخوایم مساحتش رو پیدا کنیم بستگی داره، ممکنه شعاع یه دایره ۱ باشه ممکنه ۲ باشه، ممکنه ۳ باشه یا هر عدد دیگه ای

با توجه به تعریفی که برای متغیر داشتیم، شعاع دایره در این فرمول یه متغیره، آگه شعاع دایره رو با ۲ نمایش بدیم، اونوقت مساحت دایره از فرمول زیر به دست میاد:

$$S = r \times r \times 3/14$$

و با همین توضیحات، برای مناسبه محیط داریم:

$$P = 2 \times r \times 3/14$$



۲- نمودار مقابل چه کاری انجام می‌دهد؟

توضیح دهید:

نمودارها را کامل کنید.

سالهای گذشته با ماشین‌های ورودی و خروجی آشنا شدیم.

این ماشین‌ها چه کاری انجام میدن؟

یه عدد رو از ورودی می‌گیرن

یه کاری روش انجام میدن

عدد تغییر یافته رو به خروجی میدن.

توی این شکل:

عددهایی که توی مربع بالایی قرار دارن ورودی هستن

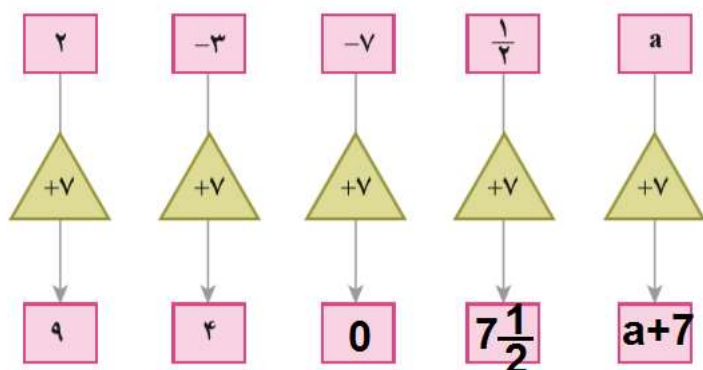
پیزی که توی مثلث نوشته شده، عملی هست که ماشین انجام میده، مثلاً این ماشین،

هر عددی که بهش داده بشه رو با عدد ۷ جمع می‌کنه

عددی هم که توی مربع پایینه، عدد خروجی این ماشین هست.

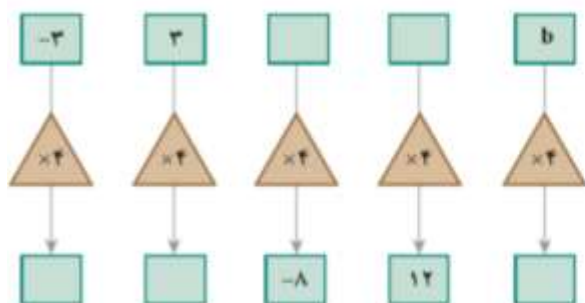
حالا میفویام جدول رو کامل کنیم:

باید هر عددی که توی ورودی نوشته شده رو با ۷ جمع کنیم و نتیجه رو توی خروجی بنویسیم:



۳- این نمودارها چه کاری انجام می دهند؟

توضیح دهید:



نمودارها را کامل کنید.

اینجا هم یه ماشین داریم، که هر چی بهش بدیم رو در ۴ ضرب میکنه پس بر اکتی می تونیم عددهای شکل اول و دوم و چهارم رو بنویسیم، عددهایی که در ورودی داریم رو در ۴ ضرب می کنیم.

توی دو تا شکل، خروجی رو به ما داده و ورودی رو خواسته، حالا باید چکار کنیم؟

در اینطور مواقع باید عکس عملی که ماشین انجام داده رو انجام بدیم.

ضرب و تقسیم عکس همدیگه و

جمع و تفریق هم عکس همدیگه هستن.

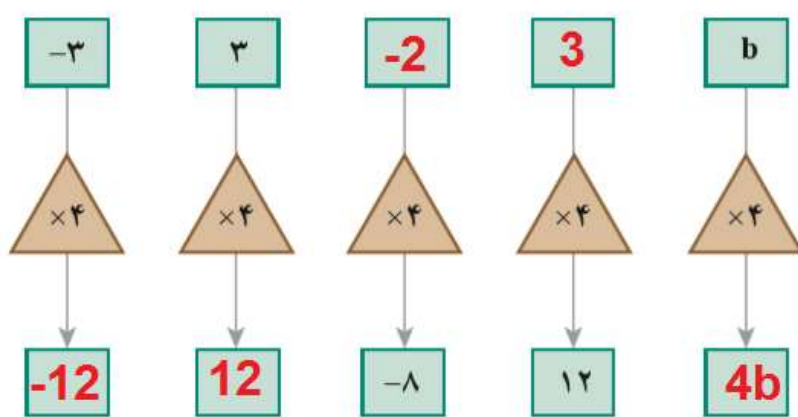
در اینجا عملی که ماشین انجام می‌ده ضرب، پس عکسش میشه تقسیم.

پس باید فروچینها رو بر ۴ تقسیم کنیم تا ورودیها به دست بیان:

$$-۸ \div ۴ = -۲$$

$$۱۲ \div ۴ = ۳$$

بنابراین داریم:



توی بعضی از سوالات ما می‌فان که جمله $۴n$ به الگو رو بنویسیم. باید چکار کنیم؟

اولین کاری که باید انجام بدیم اینه که بفهمیم توی الگو چی ثابت، چی متغیره. بعد از اینکه ثابتها و متغیر رو تشخیص دادیم، به جای متغیر حرف n رو می‌نویسیم.

برای اینکه بهتر متوجه بشید چند تا مثال ببینیم:

جمله $۴n$ الگوهای عددی زیر را بنویسید:

۲ ، ۴ ، ۶ ، ۸ ، ۱۰ ، ۱۲

همه تشخیص دادید که الگوی داده شده به شکل زیره:

$$2 \times 1, 2 \times 2, 2 \times 3, 2 \times 4, 2 \times 5, 2 \times 6$$

ثابت و متغیر ما چه عددی هستند؟ عدد ۲ ثابت و ۱ عددی که ۲ در اون ضرب شده متغیره. پس به جای متغیرها قرار میدیم n . پس جمله $2n$ این الگو برابره با $2n$ به الگوی دیگه:

$$5, 10, 15, 20, 25, 30$$

در واقع این الگو به صورت زیره:

$$5 \times 1, 5 \times 2, 5 \times 3, 5 \times 4, 5 \times 5, 5 \times 6$$

ثابت و متغیر ما چه عددی هستند؟ عدد ۵ ثابت و ۱ عددی که ۵ در اون ضرب شده متغیره. پس به جای متغیرها قرار میدیم n . پس جمله $5n$ این الگو برابره با $5n$.

حل تمرین صفحه ۳۰

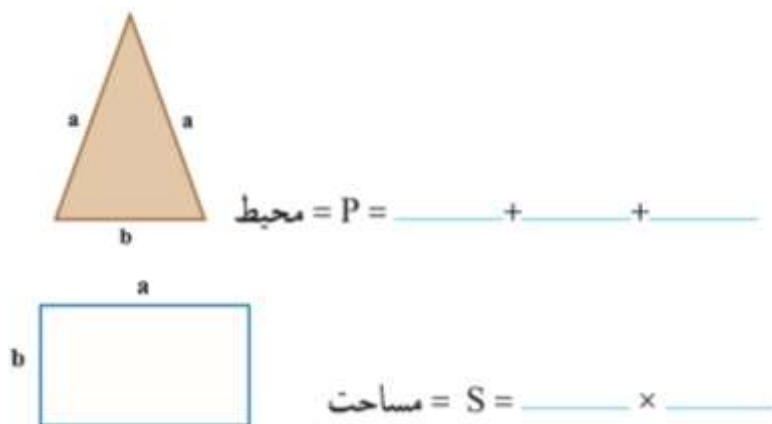
الگوهای عددی

۱- در مثلث متساوی الساقین مقابل، اندازه ساق را با a و قاعده را با b نشان می دهیم.

الف) چرا هر دو ساق را با a نشان می دهیم؟

ب) محیط مثلث را به دست آورید.

ج) مساحت مستطیل را با عبارت جبری بنویسید.



الف: می‌دونیم که در مثلث متساوی‌الساقین، دو تا ساق مثلث مساوی هستند، پس هر دوی اون‌ها رو با یه حرف نشون میدیم تا نشون بدهیم که این دو ضلع با هم برابرند.

ب:

محیط مثلث چطوری به دست می‌آد؟

برای به دست آوردن محیط یه مثلث، باید سه ضلع اون رو با هم جمع کنیم. اینجا برای هر ضلع یه اسم در نظر گرفته پس ما میایم اون‌ها رو با هم جمع می‌کنیم:

$$\text{محیط} = P = a + a + b$$

ج:

مساحت مستطیل از چه راهی به دست می‌آد؟

$$\text{مساحت مستطیل} = \text{عرض} \times \text{طول}$$

در این شکل، طول مستطیل با پی نمایش داده شده؟ a

عرض مستطیل با پی نمایش داده شده؟ b

پس میایم به جای طول و عرض، مقادیر a و b قرار میدیم:

$$S = a \times b$$

ادامه تمرینها رو میتونید در "کانال خصوصی حل تمرین و نمونه سوال" ببینید ☺

در صورت تمایل به عضویت، به ازمین کانال مراجعه کنید.

عبارتهای جبری

در این قسمت میفوایم عبارتهای جبری رو یاد بگیریم.

یک عبارت جبری شامل یک یا چند متغیر و عملهایی مثل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم است. مثل:

$$4x + 3y, \quad 3b + 5, \quad 5a - 7$$

هر عبارت جبری از چند تا جمله تشکیل شده، در عبارتهای جبری بالا، زیر جملات خط می‌کشیم:

$$\underline{4x} + \underline{3y}, \quad \underline{3b} + \underline{5}, \quad \underline{5a} - \underline{7}$$

گفتیم هر عبارت جبری از چند تا جمله تشکیل شده. حالا میفوایم این جملات رو بهتر بشناسیم:

هر جمله در یک عبارت جبری از چه چیزهایی تشکیل شده؟

۱. حروف انگلیسی که به اون متغیر می‌گیریم، مثل x, y, b, a

۲. یه عدد که به این متغیر چسبیده و به اون ضریب متغیر می‌گیریم. مثلاً در جملات بالا ۴ و ۳ و ۵ و -۷ ضریب متغیر هستن.

نکته:

- اگر ضریب متغیر برابر ۱ باشه اونو نمی‌نویسیم. پس $a = 1a$
- یه عدد به تنهایی میتونه یه جمله محسوب بشه. مثلاً در مثالهای بالا عددهای ۵ و -۷ هم جمله هستن.

جملات متشابه

به چه جملاتی، جملات متشابه گفته می‌شود؟

به جملاتی که متغیر یکسان دارن، جملات متشابه گفته میشه

مثلاً جملات $۱x$ و $-۱۲x$ و $۴x$ با هم متشابه‌ن

ولی جملات $۷x$ و $۵y$ متشابه نیستن، چون متغیراشون شبیه هم نیستن.

چند تا سوال حل می‌کنیم که مطمئن شیم جملات متشابه رو یاد گرفتیم:

در عبارت جبری زیر، جملات متشابه با جمله $۱a$ را تعیین کنید:

$$1b + 3a + 5k - 4a + 3$$

جمله $1a$ متغیرش چیه؟ a .

پس هر کدوم از جملات که متغیرشون a باشه با جمله $1a$ متشابهن. پس جواب سوال میشه : $3a$ و $-4a$.

عبارت جبری زیر را بررسی کرده و هر کدام از جملات متشابه را در یک خط بنویسید:

$$3X + 1Y - 4Z + 5a - 12X + 11Z + 9 + 2a + 2Y + 1$$

جملاتی که متغیر یکسان دارن با هم متشابهن:

$$3X \text{ و } -12X$$

$$1Y \text{ و } 2Y$$

$$-4Z \text{ و } 11Z$$

$$5a \text{ و } 2a$$

$$9 \text{ و } 1$$

ساده کردن جملات متشابه:

وقتی دو تا جمله **متشابه** به ما میدن و از ما میفوان که اونا رو ساده کنیم، باید اون جملات رو با هم جمع یا تفریق کنیم. میفوايم ياد بگیريم که جمع و تفریق جملات متشابه رو چطوری انجام بدیم. فرض کنید عبارت زیر به ما داده شده:

$$11X + 14X =$$

یه پرانتز باز و بسته می نویسیم و متغیر رو بعد از پرانتز میذاریم:

$$11X + 14X = (\quad) X$$

حالا ضرایب متغیرها رو داخل پرانتز می‌نویسیم (ضریب متغیر عددیه که به متغیر پسیده)

توجه کنید که علامت متغیرها رو هم همراهشون بذارید:

$$11X + 14X = (11 + 14) X = 25X$$

مثال بعدی:

$$5a - 1a =$$

یه پرانتز باز و بسته میذاریم و بعدش متغیرمون یعنی a رو می‌نویسیم:

$$5a - 1a = (\quad) a$$

حالا ضرایب متغیرها رو همراه با علامتشون داخل پرانتز میذاریم:

$$5a - 1a = (5 - 1) a = 4a$$

اگه تعداد جملات بیشتر از دو تا باشه، باز هم به همین روش عمل می‌کنیم:

$$12n + 2n - 5n$$

یه پرانتز باز و بسته میذاریم و متغیر رو بعد از پرانتز می‌نویسیم:

$$12n + 2n - 5n = (\quad) n$$

حالا هر چی ضریب متغیر داریم، همراه با علامتش، توی پرانتز می‌نویسیم:

$$12n + 2n - 5n = (12 + 2 - 5) n = 9n$$

کارهایی که بالا انجام دادیم برای وقتی بود که همه جملات ما متشابه بودن، حالا اگه یه

عبارت جبری به ما دادن که همه جملاتش متشابه نبود باید چکار کنیم؟

در اینصورت برای هر دسته از جملات متشابه، کارهای بالا رو انجام میدیم. مثال زیر رو ببینید:

$$4X + 3Y + 2X + Y$$

میفوییم این عبارت رو ساده کنیم، کدوم جملات با هم متشابهن؟ $4X$ و $2X$ +

آیا جمله ای هست که با $3Y$ متشابه باشه؟ بله Y

پس جملات متشابه رو طبق روشی که بالا نوشتیم با هم جمع می‌کنیم

$$4X + 3Y + 2X + Y = (4 + 2)X + (3 + 1)Y = 6X + 4Y$$

یه مثال دیگه :

$$9b + 3a + 6b + 4a - 2b + 3C$$

$$(3 + 4) a + (9 + 6 - 2) b + 3c = 7a + 13b + 3C$$

اگه در عبارت جبری که برای ساده شدن بهمون دادن، پرانتز داشته باشیم، باید چکار کنیم؟

برای ساده کردن عبارتهای جبری که پرانتز دارن هتما هتما پرانتز رو حذف کنید. برای حذف پرانتز به نکات زیر دقت کنید:

۱. اگه یه عدد پشت یه پرانتز ضرب شده بود، باید اون عدد رو در تک تک جملات داخل پرانتز ضرب کنیم:

$$5(2x + 3y) = 10x + 15y$$

$$2(5a + 2b + 3c) = 10a + 4b + 6c$$

۲. آگه علامت منفی پشت پرانتز داشتیم، منفی رو در تک تک جملات ضرب می‌کنیم.

$$-(4x - 5y + 3z) = -4x + 5y - 3z$$

۳. آگه یه عدد با علامت منفی، پشت پرانتز ضرب شده بود، عتما عتما منفی رو هم در عبارات داخل پرانتز ضرب کنید:

$$-3(2x - 2y) = -6x + 6y$$

تا اینجا همه مطالب مورد نیاز برای ساده کردن عبارتهای جبری رو یاد گرفتیم.

نوشتن عبارت جبری

در قسمت قبل با عبارات جبری و جملات متشابه آشنا شدیم. در این قسمت یه مبحث خیلی مهم دیگه رو با هم یاد می‌گیریم.

چیزی که اینجا می‌فوییم یاد بگیریم اینه که بطوری یه عبارت کلامی رو به عبارت جبری تبدیل کنیم.

عتما روی این قسمت تمرین کنید چون برای نوشتن معادله و حل معادله خیلی بهش احتیاج داریم.

از مثالهای ساده شروع می‌کنیم:

فرض کنید به ما گفته شده که سیب رو با a نشون بدید و گلابی رو با b

حالا عبارت‌های زیر رو با استفاده از این نمادها بنویسید:

۴ عدد سیب:

۴ عدد سیب، یعنی ۴ تا سیب، سیب رو هم با a نشون میدیم پس میشه $4a$

۵ عدد گلابی:

۵ عدد گلابی، یعنی ۵ تا گلابی، یعنی $5b$

۲ عدد گلابی و ۳ عدد سیب:

۲ عدد گلابی رو که با $2b$ نشون میدیم

۳ عدد سیب رو با $3a$ نشون میدیم

حرف "و" نشون‌دهنده جمع هست. وقتی ما می‌گیم ۲ تا گلابی و ۳ تا سیب داریم،

یعنی ۲ تا گلابی داریم به اضافه‌ی ۳ تا سیب. پس میشه $2b + 3a$

توی مثالای بالا، به ما گفته بودن که باید پیا رو به عنوان متغیر استفاده کنیم، مثلاً سیب و گلابی رو با متغیرای a و b نشون دادیم. یه وقتایی خودمون باید تشخیص بدیم پی رو باید به عنوان متغیر در نظر بگیریم.

توجه کنید آگه توی عبارت کلامی که به ما داده شده، کلمه هایی مثل عددی، یک عدد، مجهولی داشتیم اون رو با یه حرف انگلیسی دلفواه نشون میدیم، مثال:

دو برابر یک عدد:

اینجا کلمه "یک عدد" رو داریم، میایم به جاش یه حرف دلفواه مثل a میذاریم. پس عبارت ما به چی تبدیل میشه؟

دو برابر a = دو برابر یک عدد

هالا دو برابر a یعنی چی؟ یعنی a ضرب در ۲. پس داریم:

$2a$ = دو برابر a = دو برابر یک عدد

۵ واحد بیشتر از یک عدد:

گفتیم هر جا "یک عدد" دیدیم به جاش یه حرف انگلیسی میذاریم.

۵ واحد بیشتر از b = ۵ واحد بیشتر از یک عدد

هالا ۵ واحد بیشتر از b یعنی چی؟ یعنی ۵ تا به b اضافه کنیم. یعنی $b + 5$

یه نکته خیلی مفید:

خیلی وقتا توی عبارت کلامی که بهمون دادن، کلمه "از" هست. دو حالت وجود داره:

۱. بعد از کلمه "از"، کلمه "عددی" یا "یک عدد" داریم، مثل:

۵ واحد بیشتر از یک عدد

این حالت شبیه مثالهایی میشه که بالا گفتیم و یاد گرفتیم که چطوری باید بنویسیمش.

۲. بعد از کلمه "از"، **یه عبارت داریم**، مثلاً:

۴ تا بیشتر از سه برابر یک عدد

برای نوشتن این مدل عبارت‌ها، بیاین زیر هر چی که بعد از "از" هست خط بکشید و عبارت چپ‌ریش رو بنویسید. مثلاً:

۴ تا بیشتر از سه برابر یک عدد

حالا اول عبارت چپ‌ریش این قسمت که زیرش خط کشیدید رو بنویسید:

۳X = سه برابر یک عدد

حالا به جای اون عبارتی که زیرش خط کشیده بودید، این مقدار چپ‌ریش رو بنویسید:

۴ تا بیشتر از ۳X = ۴ تا بیشتر از سه برابر یک عدد

الان دیگه خیلی ساده شد، ۴ تا بیشتر از ۳X یعنی چی؟

$۳X + ۴$

حل تمرین صفحه ۳۳

عبارت‌های چپ‌ریش

۱- عبارت های کلامی زیر را به عبارت جبری تبدیل کنید.

الف) هشت واحد بیشتر از یک عدد

ب) هفت تا کمتر از ۴ برابر یک عدد

ج) نه تا بیشتر از حاصل تقسیم یک عدد بر ۵

د) دو سوم محیط (P)

الف : هشت واحد بیشتر از یک عدد

به جای "یک عدد" میذاریم X ، پس میشه ۸ واحد بیشتر از X

۸ واحد بیشتر از X یعنی چی ؟ یعنی $X + ۸$

ب : هفت تا کمتر از ۴ برابر یک عدد

زیر عبارت بعد از "از" فط می کشیم:

هفت تا کمتر از ۴ برابر یک عدد

حالا عبارت جبری اینو می نویسیم:

۴ برابر یک عدد چی میشه؟ $۴X$

میذاریم به جای عبارتی که زیرش فط کشیدیم:

هفت تا کمتر از $۴X$ = هفت تا کمتر از ۴ برابر یک عدد

حالا هفت تا کمتر از $۴X$ یعنی چی ؟ $۴X - ۷$

ج: نه تا بیشتر از حاصل تقسیم یک عدد بر ۵

بعد از "از" به عبارت داریم، زیرش فط می کشیم:

نه تا بیشتر از حاصل تقسیم یک عدد بر ۵

حاصل تقسیم یک عدد بر ۵ رو چطوری باید بنویسیم؟

گفتیم به جای "یک عدد"، x میذاریم پس میشه، **حاصل تقسیم x بر ۵**، اینم که میشه $\frac{x}{5}$ یا $(x \div 5)$

حالا پی رو میفوییم بنویسیم: نه تا بیشتر از $\frac{x}{5}$

یعنی پی؟ $\frac{x}{5} + 9$

د: دو سوم محیط (p)

خودش گفته محیط رو با p نشون بدید. پی رو باید بنویسیم؟ دو سوم p

خب می نویسیم 😊 $\frac{2}{3}p$

ادامه تمرینها رو می تونید در "**کانال خصوصی حل تمرین و نمونه سوال**" ببینید 😊

در صورت تمایل به عضویت، به ادمین کانال مراجعه کنید.

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در سایت:

www.riazibaham.ir

و کانال های [@RiaziBaHam](https://www.instagram.com/RiaziBaHam) و [@RiaziBaHam7](https://www.instagram.com/RiaziBaHam7)

برای دریافت جزوات سایر پایه ها، تمرینهای حل شده و نمونه سوالات

امتثانی حل شده، به "**ریاضی با هم**" پیوندید.